PENDUGAAN PARAMETER REGRESI LINIER BERGANDA DENGAN METODE PENDUGA-S PADA DATA YANG MENGANDUNG PENCILAN

SKRIPSI

oleh :
FARIZ AGYAN
135090500111015

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2017

PENDUGAAN PARAMETER REGRESI LINIER BERGANDA DENGAN METODE PENDUGA-S PADA DATA YANG MENGANDUNG PENCILAN

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
dalam bidang Statisyika

oleh :

FARIZ AGYAN
135090500111015

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2017

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PENDUGAAN PARAMETER REGRESI LINIER BERGANDA DENGAN METODE PENDUGA-S PADA DATA YANG MENGANDUNG PENCILAN

Oleh:
FARIZ AGYAN
135090500111015

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 3 November 2017
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Pembimbing

Dr. Ir. Maria Bernadetha Theresia Mitakda
NIP. 195205211981032001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D.
NIP. 197509082000031003

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	**: Fariz Agyan**
NIM	**: 135090500111015**
Jurusan	**: Matematika**
Program Studi	**: Statistika**
Judul Skripsi	**: Pendugaan Parameter Regresi Linier Berganda Dengan Metode Penduga-S Pada Data Yang Mengandung Pencilan**

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. **Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, November 2017
Yang menyatakan

Fariz Agyan
NIM. 135090500111015

PENDUGAAN PARAMETER REGRESI LINIER BERGANDA DENGAN METODE PENDUGA-S PADA DATA YANG MENGANDUNG PENCILAN

ABSTRAK

Analisis regresi linier berganda digunakan untuk mengetahui bentuk hubungan dua atau lebih peubah prediktor terhadap peubah respon. Metode pendugaan parameter menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) menghasilkan penduga bersifat *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE). Pencilan pada data menyebabkan asumsi kenormalan galat tidak terpenuhi dan MKT tidak layak digunakan. Terdapat metode pendugaan parameter yang lebih baik dibandingkan MKT, yaitu metode penduga-S regresi *robust*. Metode ini akan menghasilan penduga parameter bersifat kokoh terhadap pencilan. Penelitian ini menggunakan data bangkitan hasil simulasi, ingin diketahui sifat penduga parameter menggunakan penduga-S pada data yang mengandung proprosi pencilan berbeda. Pendugaan parameter menggunakan penduga-S menghasilkan sifat penduga parameter lebih baik karena menghasilkan bias lebih kecil, KTG semakin menurun dan lebih efisien seiring pertambahan proporsi pencilan dibandingkan pendugaan parameter menggunakan MKT.

Kata Kunci: Regresi Linier Berganda, Penduga-S, Sifat Penduga Parameter

PARAMETER ESTIMATION OF MULTIPLE LINEAR REGRESSION WITH S-ESTIMATOR ON DATA WHICH CONTAINS OUTLIER

ABSTRACT

Multiple linear regression is used to estimate the relationship between two or more predictor variables on a response variable. The parameter estimation commonly used is Ordinary Least Square (OLS) that produce the Best Linear Unbiased Estimator (BLUE). The presence of outlier in data can cause the normality of error assumption to be declined and the OLS becomes unworthy to use. There is a better parameter estimation rather than OLS, which is S-estimator on robust regression. This method produces robust parameter estimator against outlier. This research uses simulated data in order to identify parameter estimator characteristics using S-estimator on data that contain different outlier proportion. Parameter estimation using S-estimator produces better parameter estimator characteristics for its smaller bias, MSE decreased and gets more efficient as the outlier proportion increases rather than OLS.

Keywords: Multiple linear regression, S-estimator, Parameter estimation characteristics

KATA PENGANTAR

Puji Syukur penulis ucapkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala rahmat, hidayah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyusun skripsi berjudul "Pendugaan Parameter Regresi Linier Berganda Dengan Menggunakan Metode Penduga-S Pada Data yang Mengandung Pencilan".

Dalam penulisan skripsi ini tentu banyak kendala yang dialami penulis. Namun berkat dukungan, bantuan dan doa dari berbagai pihak, kendala tersebut dapat diatasi dengan baik. Penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Dr. Ir. Maria Bernadetha Theresia Mitakda, dosen pembimbing untuk waktu dan bimbingan yang diberikan.
2. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku dosen penguji I dan Ketua Program Studi Statistika yang telah memberikan masukan dan saran dalam penyelesaian skripsi ini.
3. Ir. Heni Kusdarwati, MS selaku dosen penguji II atas saran dan masukan yang diberikan kepada penulis.
4. Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D., Ketua Juruan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya.
5. Semua karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya.
6. Keluarga saya yang selalu memberi dukungan secara materiil, do'a serta motivasi dalam memeroleh gelar sarjana.
7. Teman-teman Statistika 2013, terutama effrihan, St, Nailah, Anton, Aing, Dita, Nana, Pipit.
8. Teman-teman Marching Band ESB Universitas Brawijaya, terutama Tim Kepelatihan 2015 (Ety, Aing, Mumut, Tina, Asfie, Heqi, Tiar dan Mas Rijal).
9. Semua pihak yang telah membantu penulisan skripsi.

Skripsi ini masih belum sempurna dan butuh banyak kritik serta saran. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan pembaca.

Malang, November 2017

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Analisis regresi linier berganda digunakan untuk mengetahui hubungan dua atau lebih peubah prediktor terhadap peubah respon. Pendugaan parameter regresi linier berganda menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) akan menghasilkan penduga bersifat *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE) apabila asumsi terpenuhi. Asumsi yang melandasi regresi linier berganda adalah kenormalan galat, kehomogenan ragam galat, non autokorelasi galat dan non multikolinieritas antar peubah prediktor.

Pencilan pada data menyebabkan asumsi kenormalan galat tidak terpenuhi dan MKT tidak layak digunakan karena akan menghasilkan penduga parameter bersifat bias. Menurut Drapper dan Smith (1998), pencilan adalah hasil pengamatan yang memiliki nilai mutlak galat jauh lebih besar dari nilai mutlak galat lain.

Chen (2002) menyatakan regresi *robust* merupakan alat penting untuk menganalisis data yang mengandung pencilan. Penduga parameter yang dihasilkan bersifat lebih kokoh terhadap pencilan. Metode pendugaan parameter regresi *robust* adalah penduga-S yang bertujuan untuk mendapatkan penduga parameter dengan nilai simpangan baku terkecil.

Menurut Permana (2014) penduga-S menghasilkan penduga parameter lebih baik dibanding penduga parameter hasil metode *Least Trimmed Square* (LTS) karena memiliki nilai Kuadrat Tengah Galat (KTG) terkecil. Hasil penelitian Anggriani (2016) menunjukkan bahwa penduga-S merupakan metode pendugaan parameter yang lebih baik digunakan dalam mengatasi pencilan Berpengaruh.

Pada penelitian ini akan melihat sifat penduga parameter menggunakan penduga-S pada regresi linier berganda ketika data mengandung pencilan berdasarkan sifat tak bias dan efisiensi relatif. Penelitian ini menggunakan data bangkitan hasil simulasi pada model regresi linier berganda dengan proporsi pencilan berbeda.

1.2. Rumusan Masalah

1. Bagaimana melakukan pendugaan parameter regresi linier berganda dengan metode penduga-S?
2. Bagaimana pengaruh sifat penduga parameter regresi linier berganda menggunakan penduga-S terhadap proporsi pencilan?

1.3. Tujuan Penelitian

1. Melakukan pendugaan parameter regresi linier berganda dengan metode penduga-S
2. Menganalisis sifat penduga parameter (Bias dan Efisiensi Relatif) menggunakan penduga-S pada data dengan proporsi pencilan berbeda.

1.4. Manfaat Penelitian

Peneliti dapat menduga parameter regresi linier berganda menggunakan penduga-S dan mengetahui sifat penduga parameter pada data yang mengandung pencilan dengan proporsi pencilan berbeda.

1.5. Batasan Masalah

1. Model regresi linier berganda.
2. Metode pendugaan parameter menggunakan Penduga-S.
3. Data bangkitan sebanyak 31 pengamatan dengan proporsi pencilan (%) 5, 10 dan 20.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Analisis Regresi Linier Berganda

Analisis regresi linier berganda adalah teknik statistika untuk menyelidiki dan memodelkan hubungan dua atau lebih peubah prediktor terhadap peubah respon. Struktur data untuk pemodelan regresi linier berganda dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1. Struktur Data Regresi Linier Berganda

Y_i	X_{ij}				
	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	…	X_{im}
Y_1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	…	X_{1m}
Y_2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	…	X_{2m}
Y_3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	…	X_{3m}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
Y_n	X_{n1}	X_{n2}	X_{n3}	…	X_{nm}

di mana:

i = 1, 2, …, n

j = 1, 2, …, m

n = banyaknya pengamatan

m = banyaknya peubah prediktor

Drapper dan Smith (1998), menyajikan persamaan regresi linier berganda sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_m X_{im} + \varepsilon_i \qquad (2.1)$$

atau

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \beta_j X_{ij} + \varepsilon_i$$

di mana:

Y_i = nilai ke-*i* peubah respon

β_0 = intersep

β_j = koefisien regresi untuk peubah prediktor ke-*j*

X_{ij} = nilai ke-*i* peubah prediktor ke-*j*

ε_i = nilai ke-*i* peubah acak galat

Dalam bentuk matriks persamaan (2.1) adalah:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1m} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

atau

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \qquad (2.2)$$

di mana:

$\boldsymbol{Y}$ = vektor peubah respon berukuran *n* x 1
$\boldsymbol{X}$ = matriks peubah prediktor berukuran *n* x (*m* + 1)
$\boldsymbol{\beta}$ = vektor koefisien regresi berukuran (*m* + 1) x 1
$\boldsymbol{\varepsilon}$ = vektor peubah acak galat berukuran *n* x 1

Asumsi yang melandasi peubah acak galat adalah:

$$\varepsilon_i \sim NIID(0, \sigma^2) \qquad (2.3)$$

$E(\varepsilon_i) = 0$
$V(\varepsilon_i) = \sigma^2$

dalam bentuk matriks:

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim NIID\ (\boldsymbol{0}, \sigma^2 \boldsymbol{I})$$

Menerapkan asumsi (2.3) pada persamaan (2.1):

$$E(Y_i) = E(\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_m X_{im} + \varepsilon_i)$$
$$E(Y_i) = E(\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_m X_{im}) + E(\varepsilon_i)$$
$$E(Y_i) = E(\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_m X_{im}) + 0$$
$$\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_m X_{im}$$

Pandang kembali persamaan (2.1)

$$Y_i = \underbrace{\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_m X_{im}}_{\hat{Y}_i} + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i$$
$$= Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_{i1} - \beta_2 X_{i2} - \dots - \beta_m X_{im} \qquad (2.4)$$

dalam bentuk matriks:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{\hat{Y}}$$
$$= \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X\beta}$$

2.2. Asumsi Regresi Linier Berganda

2.2.1. Non Multikolinieritas

Multikolinieritas adalah hubungan linier antar peubah prediktor dalam suatu model regresi linier berganda (Gujarati, 2010). Pendeteksian multikolinieritas didasarkan pada *Variance Inflation Factor* (VIF):

$$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2} \tag{2.5}$$

di mana:

R_j^2 = Koefisien determinasi *auxiliary regression*, yaitu regresi antara X_j sebagai peubah respon terhadap (m-1) peubah prediktor lain.

Kriteria pengambilan keputusan:

$$VIF \begin{cases} \geq 10, & \text{prediktor mengandung multikolinieritas} \\ < 10, & \text{prediktor tidak mengandung multikolinieritas} \end{cases}$$

2.2.2. Kenormalan Galat

Model regresi dikatakan baik ketika memiliki nilai galat menyebar secara normal dengan rata-rata 0 dan ragam σ^2. Pengujian asumsi kenormalan galat menggunakan *Lilliefors* berlandaskan hipotesis:

$H_0 : \varepsilon \sim NIID(0, \sigma^2)$

$H_1 : \varepsilon \nsim NIID(0, \sigma^2)$

Jika H_0 benar, maka statistik *D*:

$$D = \max_{\varepsilon} \left| F(\varepsilon) - S(\varepsilon) \right| \tag{2.6}$$

di mana:

$F(\varepsilon)$ = fungsi peluang kumulatif $P\left(Z \leq Z_{(i)}\right)$

$S(\varepsilon)$ = banyaknya nilai yang kurang dari sama dengan ε dibagi banyaknya ukuran contoh

$Z_{(i)}$ = $\dfrac{\varepsilon_{(i)} - \bar{\varepsilon}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon}}$, berlandaskan asumsi persamaan (2.3) maka

$Z_{(i)}$ = $\dfrac{\varepsilon_{(i)}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon}}$ di mana $\varepsilon_{(i)}$ merupakan galat peringkat ke- *i*

Bandingkan statistik *D* dengan titik kritis $D_{\alpha,n}$ yang didapatkan pada tabel *Lilliefors*. Tolak H_0 jika $D > D_{\alpha,n}$, galat tidak menyebar secara normal (Lilliefors, 1967).

2.2.3. Non Autokorelasi

Autokorelasi menunjukkan hubungan antar galat. Pada regresi linier berganda, diasumsikan tidak terdapat hubungan antar galat. Menurut Drapper dan Smith (1998) korelasi antara ε_i dan $\varepsilon_{i'}$ dirumuskan sebagai:

$$\rho_{i,i'} = \frac{\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_{i'})}{\sqrt{Var(\varepsilon_i)Var(\varepsilon_{i'})}} \; ; i \neq i'$$

Pengujian dilakukan dengan Durbin Watson, berdasarkan hipotesis:

H_0 : $\rho_{i,i'} = 0$

H_1 : $\rho_{i,i'} \neq 0$

Jika H_0 benar, statistik Durbin Watson (d):

$$d = \frac{\sum_{i=2}^{n}(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2} \tag{2.7}$$

di mana:

d = nilai Durbin Watson; $0 \leq d \leq 4$

ε_i = nilai ke- i peubah acak galat

ε_{i-1} = nilai ke- i-1 peubah acak galat

Statistik d dibandingkan dengan nilai kritis Durbin watson (d_L dan d_U). Kaidah keputusan statistik d disajikan dalam Tabel 2.2 :

Tabel 2.2. Kaidah Keputusan Uji Durbin Watson

Kriteria	Keputusan
$d < d_L$ atau $4\text{-}d < d_L$	Tolak H_0
$d > d_U$ atau $4\text{-}d > d_U$	Terima H_0
$d_L < d < d_U$ atau $d_L < 4\text{-}d < d_U$	Tidak ada Keputusan

2.2.4. Kehomogenan Ragam Galat

Galat harus memenuhi asumsi ragam bernilai sama (konstan) untuk setiap pengamatan, $V(\varepsilon_i) = \sigma^2, i = 1,2, \ldots, n$. Pengujian kehomogenan ragam galat dilakukan dengan uji Breusch-Pagan berdasarkan hipotesis:

H_0 : $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$

H_1 : $V(\varepsilon_i) \neq \sigma^2$

Prosedur pengujian Breusch-Pagan adalah:

1. Melakukan pendugaan parameter persamaan regresi linier berganda (2.1) dan mendapatkan penduga galat.

2. Menduga parameter *auxiliary regression*, dengan galat sebagai peubah respon.

$$\varepsilon_i{}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{i1} + \alpha_2 X_{i2} + \cdots + \alpha_m X_{im} + v_i$$

3. Menghitung koefisien determinasi (R^2) model *auxiliary regression*

   Menghitung statistik uji *Lagrange Multiplier* (*LM*):

$$LM = nR^2 \sim \chi^2_{m-1}$$

Apabila P($\chi^2_{m-1} \geq nR^2$) < α, H_0 ditolak, ragam galat tidak homogen.

2.3. Metode Kuadrat Terkecil

Metode kuadrat terkecil (MKT) digunakan untuk mendapatkan penduga parameter persamaan regresi dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat. Pandang kembali persamaan (2.4):

$$\varepsilon_i = Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_{i1} - \beta_2 X_{i2} - \cdots - \beta_m X_{im}$$

Jumlah kuadrat galat:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i{}^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_{i1} - \beta_2 X_{i2} - \cdots - \beta_m X_{im})^2 \quad (2.8)$$

Persamaan (2.8) diturunkan secara parsial terhadap setiap parameter dan disamakan dengan nol:

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_{i1} - \hat{\beta}_2 X_{i2} - \cdots - \hat{\beta}_m X_{im} \right) = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_{i1} - \hat{\beta}_2 X_{i2} - \cdots - \hat{\beta}_m X_{im} \right) X_{i1} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_2} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_{i1} - \hat{\beta}_2 X_{i2} - \cdots - \hat{\beta}_m X_{im} \right) X_{i2} = 0$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_m} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_{i1} - \hat{\beta}_2 X_{i2} - \cdots - \hat{\beta}_m X_{im} \right) X_{im} = 0$$

dapat dituliskan dalam persamaan normal:

$$n\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}X_{i1}+\hat{\beta}_2\sum_{i=1}^{n}X_{i2}+\ldots+\hat{\beta}_m\sum_{i=1}^{n}X_{im}=\sum_{i=1}^{n}Y_i$$

$$\hat{\beta}_0\sum_{i=1}^{n}X_{i1}+\hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}X_{i1}^2+\hat{\beta}_2\sum_{i=1}^{n}X_{i1}X_{i2}+\ldots+\hat{\beta}_m\sum_{i=1}^{n}X_{i1}X_{im}=\sum_{i=1}^{n}X_{i1}Y_i$$

$$\hat{\beta}_0\sum_{i=1}^{n}X_{i2}+\hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}X_{i1}X_{i2}+\hat{\beta}_2\sum_{i=1}^{n}X_{i2}^2+\ldots+\hat{\beta}_m\sum_{i=1}^{n}X_{i2}X_{im}=\sum_{i=1}^{n}X_{i2}Y_i$$

$$\vdots$$

$$\hat{\beta}_0\sum_{i=1}^{n}X_{im}+\hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}X_{i1}X_{im}+\hat{\beta}_2\sum_{i=1}^{n}X_{i2}X_{im}+\ldots+\hat{\beta}_m\sum_{i=1}^{n}X_{im}^2=\sum_{i=1}^{n}X_{im}Y_i$$

dalam matriks:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n}X_{i1} & \sum_{i=1}^{n}X_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n}X_{im} \\ \sum_{i=1}^{n}X_{i1} & \sum_{i=1}^{n}X_{i1}^2 & \sum_{i=1}^{n}X_{i1}\sum_{i=1}^{n}X_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n}X_{i1}\sum_{i=1}^{n}X_{im} \\ \sum_{i=1}^{n}X_{i2} & \sum_{i=1}^{n}X_{i1}\sum_{i=1}^{n}X_{i2} & \sum_{i=1}^{n}X_{i2}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{n}X_{i2}\sum_{i=1}^{n}X_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n}X_{im} & \sum_{i=1}^{n}X_{i1}\sum_{i=1}^{n}X_{im} & \sum_{i=1}^{n}X_{i2}\sum_{i=1}^{n}X_{im} & \cdots & \sum_{i=1}^{n}X_{im}^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{\beta}_0\\ \hat{\beta}_1\\ \hat{\beta}_2\\ \vdots\\ \hat{\beta}_m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{n}Y_i\\ \sum_{i=1}^{n}X_{i1}Y_i\\ \sum_{i=1}^{n}X_{i2}Y_i\\ \vdots\\ \sum_{i=1}^{n}X_{im}Y_i\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X'X\hat{\beta}=X'Y} \qquad (2.9)$$

Untuk menyelesaikan persamaan (2.9), kalikan kedua ruas dengan $\boldsymbol{(X'X)^{-1}}$, menghasilkan:

$$\boldsymbol{(X'X)^{-1}X'X\hat{\beta}=(X'X)^{-1}X'Y}$$

$$\boldsymbol{I\hat{\beta}=(X'X)^{-1}X'Y}$$

$$\boldsymbol{\hat{\beta}=(X'X)^{-1}X'Y} \qquad (2.10)$$

Metode kuadrat terkecil menghasilkan penduga terbaik, linier, dan tidak bias atau *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE).

2.4. Pengujian Parameter

2.4.1. Pengujian Secara Simultan

Pengujian parameter secara simultan dilakukan untuk menguji keberartian hubungan antara peubah respon dengan semua peubah prediktor serta untuk mengetahui apakah semua parameter dapat menggambarkan data dengan baik. Pengujian ini menggunakan statistik uji F berlandaskan hipotesis:

H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_m = 0$; $\beta_j = 0$

H_1 : paling tidak terdapat satu j di mana $\beta_j \neq 0$

Pengujian ini didasarkan pada tabel analisis ragam berikut:

Tabel 2.3. Analisis Ragam Model Regresi Linier Berganda

Sumber Keragaman	Db	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah
Regresi	m	JKR = $\hat{\boldsymbol{\beta}}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y} - \left(\frac{1}{n}\right)(\mathbf{1}'\boldsymbol{Y})^2$	KTR
Galat	n – m – 1	JKG = $\boldsymbol{Y}'\boldsymbol{Y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}'\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}$	KTG
Total	n – 1	JKT = $\boldsymbol{Y}'\boldsymbol{Y} - \left(\frac{1}{n}\right)(\mathbf{1}'\boldsymbol{Y})^2$	

di mana:

KTR = JKR / m

KTG = JKG / n – m – 1

Jika H_0 benar, maka statistik uji F:

$$\frac{JKR/m}{JKG/(n-m-1)} \sim F_{m,n-m-1}$$

Apabila P($F_{m,n-m-1} \geq$ statistik uji F) < α, H_0 ditolak, terdapat hubungan antara peubah respon dan peubah prediktor secara serentak (Kutner dkk, 2004).

2.4.2. Pengujian Secara Parsial

Pengujian parameter secara parsial dilakukan untuk mengetahui keberartian setiap penduga parameter dalam model regresi berlandaskan hipotesis:

H_{01} : $\beta_1 = 0$

H_{11} : $\beta_1 \neq 0$

H_{02} : $\beta_2 = 0$

H_{12} : $\beta_2 \neq 0$

$\vdots$

H_{0m} : $\beta_m = 0$

H_{1m} : $\beta_m \neq 0$

Sebaran penarikan contoh bagi $\hat{\beta}_j \sim N(\beta, \sigma^2(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1})$

Jika H_0 benar, statistik uji t:

$$\frac{\hat{\beta}_j}{s(\hat{\beta}_j)} \sim t_{n-m-1}$$

di mana $s(\hat{\beta}_j) = \sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}$ dan C_{jj} merupakan diagonal utama matriks $(\boldsymbol{X'X})^{-1}$. Apabila $P(|t_{n-m-1}| \geq$ statistik uji t) < α maka H_0 ditolak, peubah prediktor berpengaruh terhadap respon (Montgomery dkk, 2012).

2.5. Pencilan

Menurut Drapper dan Smith (1998) pencilan adalah hasil pengamatan yang memiliki nilai mutlak galat jauh lebih besar dari nilai mutlak galat lain. Pencilan pada hasil pengamatan akan mengakibatkan model regresi linier berganda menghasilkan penduga parameter yang tidak tepat atau bersifat bias dan ragam galat akan menjadi lebih besar, sehingga perlu dilakukan pendeteksian pencilan.

2.5.1. Pendeteksian Pencilan

Stundentized deleted residual digunakan untuk mendeteksi pencilan pengamatan ke- *i* peubah respon, dilambangkan dengan t_i berlandaskan hipotesis:

H_0 : Nilai ke- *i* peubah respon bukan pencilan

H_1 : Nilai ke- *i* peubah respon ke- *i* pencilan

Kutner dkk (2004) mendefinisikan t_i sebagai:

$$t_i = e_i \left[\frac{n-m}{JKG(1-h_{ii}) - e_i^2} \right]^{1/2} \sim t_{n-m}$$

di mana:

e_i adalah nilai ke-*i* peubah acak galat contoh

h_{ii} adalah elemen ke-*i* diagonal utama matriks $\boldsymbol{H}$; $0 \leq h_{ii} \leq 1$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'$$

$$
= \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & \cdots & h_{nn} \end{bmatrix}
$$

Kaidah pengambilan keputusan adalah:

$$
|t_i| \begin{cases} \le t_{\frac{\alpha}{2}(n-m)}; & \text{terima } H_0, \text{ nilai ke-}i \text{ peubah respon bukan pencilan} \\ > t_{\frac{\alpha}{2}(n-m)}; & \text{tolak } H_0, \text{ nilai ke-}i \text{ peubah respon ke-}i \text{ pencilan} \end{cases}
$$

2.6. Regresi *Robust*

Regresi *robust* diterapkan pada data yang mengandung pencilan dan menghasilkan model regresi linier berganda yang memiliki penduga parameter bersifat kekar (*robust*) (Chen, 2002). Metode pendugaan parameter regresi *robust* adalah Penduga-S.

2.7. Penduga-S

Penduga-S dikenalkan oleh Rosseeuw dan Yohai (1984) bertujuan untuk memperoleh penduga parameter dengan simpangan baku terkecil dan memiliki nilai *breakdown point* tinggi yaitu 0.5. *Breakdown point* menunjukkan ukuran proporsi kontaminasi di mana suatu metode mampu mengatasi pencilan dan mempertahankan sifat kekar (*robust*). Nilai maksimum *breakdown* yaitu 0.5. Penduga-S didefinisikan:

$$
\hat{\beta}_S = \arg \min_{\hat{\beta}} \hat{\sigma}_S (e_1, e_2, ..., e_n) \tag{2.11}
$$

berfungsi meminimumkan fungsi objektif galat menggunakan skala *robust* ($\hat{\sigma}_S$):

$$
\min \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{e_i}{\hat{\sigma}_S}\right) = \min \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{Y_i - \sum_{j=0}^{m} \beta_j X_{ij}}{\hat{\sigma}_S}\right) \tag{2.12}
$$

di mana:

$$\hat{\sigma}_S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(e_i - \bar{e}_i\right)^2}{n-1}} \tag{2.13}$$

pandang $\dfrac{Y_i - \sum_{j=0}^{m} \beta_j X_{ij}}{\hat{\sigma}_S} = u_i$, maka persamaan (2.12) menjadi:

$$\min \sum_{i=1}^{n} \rho\left(u_i\right) \tag{2.14}$$

Fungsi pembobot Tukey's biweight adalah:

$$\rho(u_i) = \begin{cases} \dfrac{c^2}{6}\left\{1 - \left[1 - \left(\dfrac{u_i}{c}\right)^2\right]^3\right\}, & |u_i| < c \\ \dfrac{c^2}{6} & ,|u_i| \geq c \end{cases}$$

atau dapat ditulis:

$$\rho(u_i) = \begin{cases} \dfrac{(u_i)^2}{2} - \dfrac{(u_i)^4}{2c^2} + \dfrac{(u_i)^6}{6c^4}, & |u_i| < c \\ \dfrac{c^2}{6} & ,|u_i| \geq c \end{cases}$$

Untuk meminimumkan fungsi objektif galat, persamaan (2.14) diturunkan secara parsial terhadap β_j dan disamakan dengan nol

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \rho\left(u_i\right)}{\partial \beta_j} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \psi\left(u_i\right) X_{ij} = 0$$

di mana $\psi\left(u_i\right)$ adalah $\rho'(u_i)$:

$$\psi(u_i)=\begin{cases} u_i-\dfrac{2(u_i)^3}{c^2}+\dfrac{(u_i)^5}{c^4}, & |u_i|<c \\ 0 & , |u_i|\geq c \end{cases}$$

$$=\begin{cases} u_i\left(1-\dfrac{2(u_i)^2}{c^2}+\dfrac{(u_i)^4}{c^4}\right), & |u_i|<c \\ 0 & , |u_i|\geq c \end{cases}$$

$$=\begin{cases} u_i\left(1-\dfrac{(u_i)^2}{c^2}\right)^2, & |u_i|<c \\ 0 & , |u_i|\geq c \end{cases}$$

$$=\begin{cases} u_i\left(1-\left(\dfrac{u_i}{c^2}\right)^2\right)^2, & |u_i|<c \\ 0 & , |u_i|\geq c \end{cases}$$

Untuk mendapatkan penduga parameter dengan nilai *breakdown point* sebesar 50%, nilai c = 1.547 (Rousseeuw dan Yohai, 1984). Pendugaan parameter regresi *robust* dilakukan dengan MKT terboboti secara iteratif yang disebut *Iteratively Reweighted Least Square* (IRLS) hingga penduga parameter mencapai konvergen yakni pada saat selisih nilai penduga parameter pada iteratif terakhir dan sebelumnya bernilai $1\text{x}10^{-5}$. Penduga parameter adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_S=\left(\boldsymbol{X'WX}\right)^{-1}\boldsymbol{X'WY} \qquad (2.15)$$

ragam penduga parameter yaitu:

$$VAR\left(\hat{\beta}_S\right)=\sigma^2(\boldsymbol{X'WX})^{-1}$$

$\boldsymbol{W}$ adalah matriks diagonal fungsi pembobot IRLS (w_i) di mana:

$$w_i\left(u_i\right)=\frac{\psi\left(u_i\right)}{u_i} \qquad (2.16)$$

2.8. Sifat Penduga

2.8.1. Bias

Pandang $\hat{\beta}_j$ sebagai penduga bagi parameter bagi β_j, tak bias jika $E\left(\hat{\beta}_j\right)=\beta_j$. Nilai bias bagi penduga parameter β_j didefinisikan sebagai

$$Bias\left(\hat{\beta}_j\right)=E\left(\hat{\beta}_j\right)-\beta_j \tag{2.17}$$

Kuadrat tengah galat (KTG) dari penduga parameter β dapat mengindikasikan kebaikan penduga parameter dan didefinisikan:

$$\begin{aligned}
KTG\left(\hat{\beta}_j\right) &= E\left[\left(\hat{\beta}_j-\beta_j\right)^2\right] \\
&= E\left[\hat{\beta}_j^{\,2}-2\hat{\beta}_j\beta_j+\beta_j^{\,2}\right] \\
&= E\left(\hat{\beta}_j^{\,2}\right)-2\beta_jE\left(\hat{\beta}_j\right)+\beta_j^{\,2} \\
&= E\left(\hat{\beta}_j^{\,2}\right)-\left(E\left(\hat{\beta}_j\right)\right)^2+\left(E\left(\hat{\beta}_j\right)\right)^2-2\beta_jE\left(\hat{\beta}_j\right)+\beta_j^{\,2} \\
&= \underbrace{E\left(\hat{\beta}_j^{\,2}\right)-\left(E\left(\hat{\beta}_j\right)\right)^2}_{VAR\left(\hat{\beta}_j\right)}+\underbrace{\left(E\left(\hat{\beta}_j\right)-\beta_j\right)^2}_{\left(Bias\left(\hat{\beta}_j\right)\right)^2} \\
&= VAR\left(\hat{\beta}_j\right)+\left(Bias\left(\hat{\beta}_j\right)\right)^2
\end{aligned}$$

Jia bias penduga parameter bernilai nol, maka nilai KTG bagi penduga parameter β sama dengan ragam penduga parameter β.

(Wackerly dkk, 2008)

2.8.2. Efisiensi Relatif

Efisiensi relatif merupakan indikator untuk membandingkan KTG dua penduga parameter:

$$ER=\frac{KTG\left(\hat{\beta}_{MKT}\right)}{KTG\left(\hat{\beta}_S\right)}=\begin{cases}>1, & \hat{\beta}_S \text{ lebih efisien daripada } \hat{\beta}_{MKT} \\ =1, & \text{kedua statistik sama efisien} \\ <1, & \hat{\beta}_{MKT} \text{ lebih efisien daripada } \hat{\beta}_S\end{cases} \tag{2.18}$$

(Wackerly dkk, 2008)

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1. Data

Penelitian ini menggunakan data bangkitan berdasarkan model regresi linier berganda hasil penelitian de Fretes (2017) dengan judul Pendugaan Parameter Regresi Linier Berganda dengan Metode REML. Peubah respon adalah jumlah uang beredar di Indonesia (milyar rupiah) dan peubah prediktor yaitu:

X_1 = Jumlah cadangan devisa di Indonesia (juta USD)
X_2 = Persentase inflasi di Indonesia (%)
X_3 = Nilai tukar (juta rupiah/USD)

Dibangkitkan sebanyak 31 pengamatan kemudian akan dianalisis sifat penduga parameter (bias dan efisiensi relatif) pada data dengan proporsi pencilan berbeda yang didapatkan melalui metode penduga-S. Pada proses simulasi pendugaan parameter dilakukan pengulangan sebanyak 500 kali agar mendapatkan penduga yang menyebar mengikuti sebaran normal dan mendapatkan rata-rata penduga parameter mendekati nilai parameter populasi.

Model regresi linier berganda yang terbentuk pada penelitian de Fretes adalah:

$$\hat{Y}_i = -1649990.8 + 17695.3X_{i1} - 62688.2X_{i2} + 338.6X_{i3} \quad (3.1)$$

penduga parameter model regresi linier berganda penelitian de Fretes akan digunakan sebagai parameter awal penelitian ini.

3.2. Prosedur Pembangkitan Data

Prosedur pembangkitan data adalah:

1. Menentukan nilai peubah prediktor X_1, X_2, X_3 berdasarkan data sekunder hasil penelitian de Fretes (2017)
2. Menetapkan β_0, β_1, β_2 dan β_3 menggunakan MKT dari data sekunder sesuai persamaan (3.1) di mana $\beta_0 = -1649991$, $\beta_1 = 17695$, $\beta_2 = -62688$ dan $\beta_3 = 338.6$
3. Membangkitkan galat untuk model regresi linier berganda di mana $\varepsilon \sim NIID(0; 9565082041)$
4. Menghitung nilai peubah respon Y yang memenuhi persamaan $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \varepsilon_i$
5. Terhadap data bangkitan ditambahkan pencilan dengan menggantikan 5%, 10% dan 20% galat menyebar normal ($\varepsilon^* \sim N(0,(10\sigma)^2)$) dan menghitung nilai peubah respon baru di mana $Y_i^* = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \varepsilon_i^*$

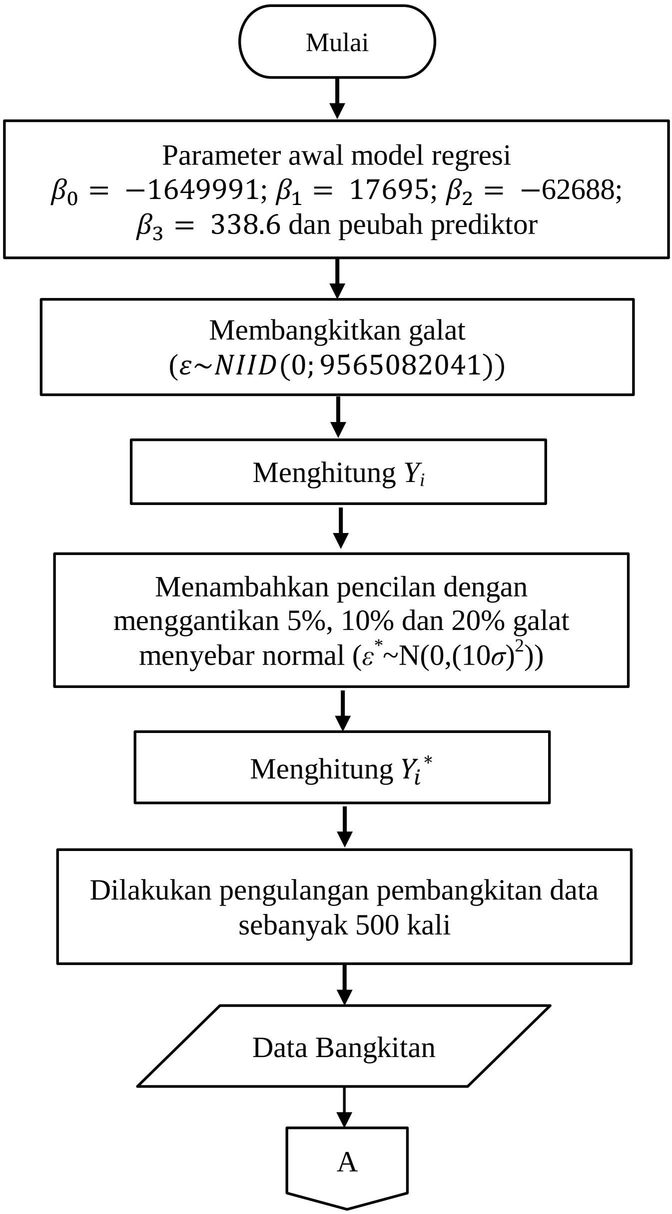
6. Mengulangi langkah 3 sampai 5 sebanyak 500 kali.

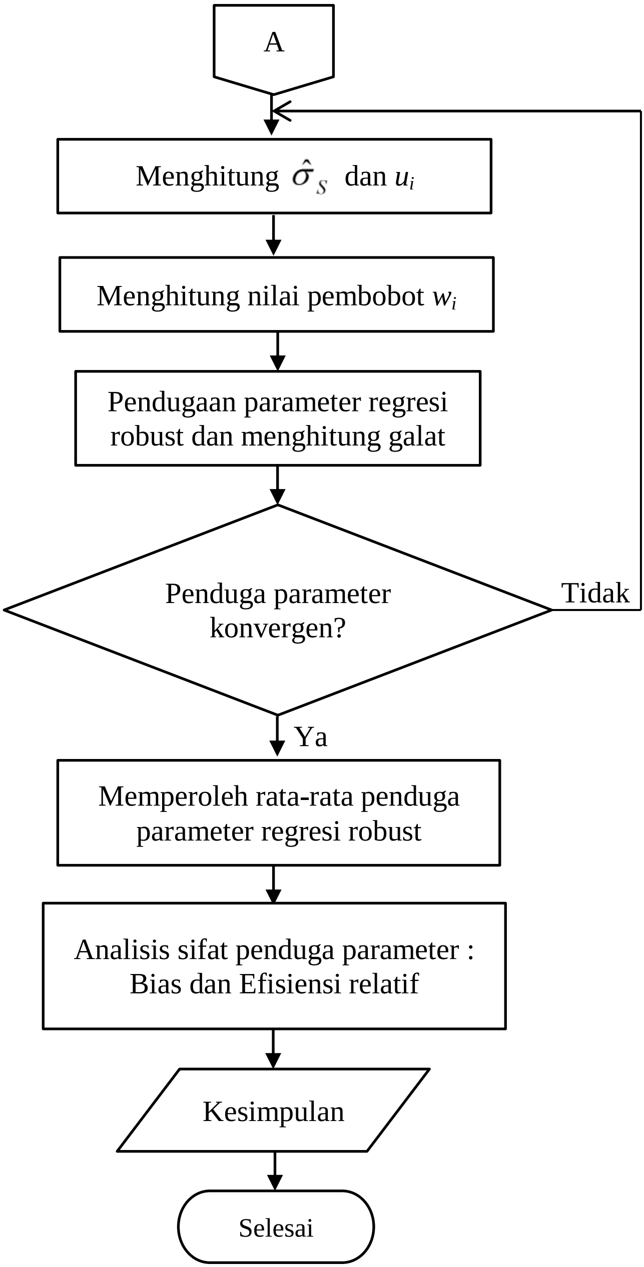
3.3. Prosedur Analisis Data

Pendugaan parameter regresi linier berganda menggunakan penduga-S dilakukan dengan tahapan berikut:

1. Menghitung $\hat{\sigma}_S$ seperti persamaan (2.13) untuk mendapatkan nilai u_i berdasarkan nilai galat yang telah dibangkitkan
2. Menghitung nilai pembobot w_i seperti persamaan (2.16)
3. Menduga parameter regresi *robust* menggunakan persamaan (2.15) kemudian menghitung galat berdasarkan penduga parameter regresi *robust*
4. Menghitung u_i dan pembobot w_i berdasarkan nilai galat yang didapatkan pada langkah 3 hingga diperoleh penduga parameter baru
5. Melakukan pengulangan langkah 1 sampai 4 hingga diperoleh penduga parameter konvergen yakni pada saat selisih nilai penduga parameter pada iteratif terkahir dan sebelumnya bernilai mendekati nol
6. Mengulangi langkah 1 sampai 5 dengan nilai peubah prediktor, proporsi pencilan dan galat yang telah ditentukan sebanyak 500 kali
7. Menghitung rata-rata penduga parameter dan menganalisis sifat penduga parameter yaitu bias sesuai persamaan (2.17) dan efisiensi relatif sesuai persamaan (2.18).

Diagram alir prosedur pembangkitan dan analisis data disajikan pada Gambar 3.1:





Gambar 3.1. Diagram Alir Analisis Data

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Hasil Simulasi

Analisis pada penelitian ini menggunakan bantuan *software* R. Pendeteksian pencilan pada salah satu data bangkitan menggunakan *Studentized Deleted Residual* (t_i) dapat dilihat pada Tabel 4.1 dan dianggap semua data bangkitan memiliki jumlah pencilan sama.

Tabel 4.1. Pendeteksian pencilan pada data bangkitan

<table>
<tr><th>No.</th><th>Proporsi Pencilan (%)</th><th>data ke-i</th><th>$|t_i|$</th><th>$t_{\frac{\alpha}{2},28}$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>5</td><td>29</td><td>10.41433</td><td rowspan="8">2.05</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">10</td><td>6</td><td>3.147267</td></tr>
<tr><td>25</td><td>4.249849</td></tr>
<tr><td>31</td><td>2.089574</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3`</td><td rowspan="4">20</td><td>1</td><td>2.142074</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2.564291</td></tr>
<tr><td>20</td><td>6.265638</td></tr>
<tr><td>23</td><td>2.076956</td></tr>
</table>

Hasil pendeteksian untuk semua pengamatan pada proporsi pencilan yang berbeda dapatdilihat pada Lampiran 4. Banyak pencilan yang terdeteksi terangkum pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2. Banyak pencilan terdeteksi pada data

Proporsi Pencilan (%)	Banyak Pencilan
5	1
10	3
20	4

Sebanyak 500 data dibangkitkan untuk setiap proporsi pencilan dan dilakukan pendugaan parameter dengan menggunakan metode Penduga-S dan MKT. Rata-rata dari 500 penduga parameter untuk setiap proporsi pencilan disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3. Penduga parameter menggunakan MKT dan Penduga-S pada berbagai proporsi pencilan

Proporsi pencilan (%)	Metode	Penduga Parameter			
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
5	MKT	-1626596	17476.25	-61244.03	338.0589
	Penduga-S	-1598463	17287.06	-64171.46	338.5948
10	MKT	-1704803	17922.89	-61035.5	339.9126
	Penduga-S	-1648847	17599.72	-62044.76	338.8705
20	MKT	-1781416	18462.37	-59323.96	340.3409
	Penduga-S	-1632857	17613.97	-63027.22	338.2031

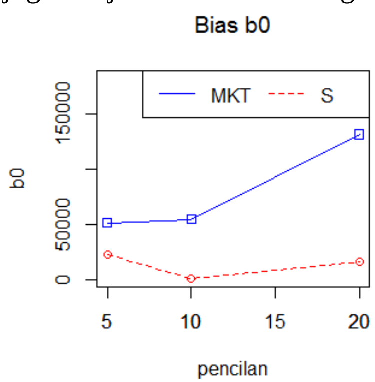
4.2. Perbandingan Bias, KTG dan Efisiensi Relatif Penduga Parameter

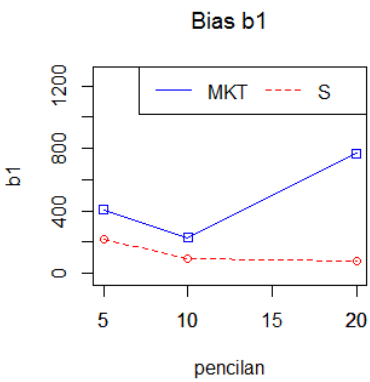
Hasil perbandingan bias penduga parameter, nilai KTG dan efisiensi relatif penduga antara MKT dengan Penduga-S dapat dilihat pada Tabel 4.4, Tabel 4.5 dan Tabel 4.6.

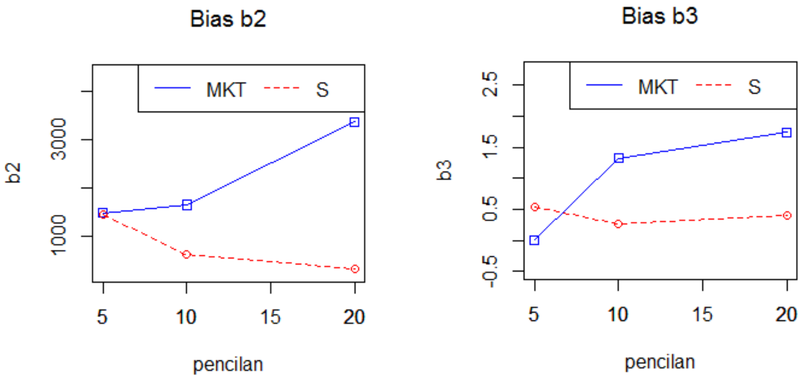
Tabel 4.4. Bias Penduga Parameter

Proporsi pencilan (%)	Metode	Penduga Parameter			
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
5	Penduga-S	23394.98	218.7481	1443.97	0.541053
	MKT	51528.03	407.936	1483.457	0.005194
10	Penduga-S	1143.547	95.27844	643.2385	0.270516
	MKT	54812.33	227.8873	1652.5	1.321643
20	Penduga-S	17133.51	81.02727	339.2156	0.396898
	MKT	131425.5	767.3661	3364.035	1.740911

Bias penduga parameter seiring pertambahan proporsi pencilan juga disajikan dalam bentuk grafik pada Gambar 4.1.







Gambar 4.1. Grafik bias penduga parameter MKT dan Penduga-S berbagai proporsi pencilan

Grafik bias penduga parameter menggunakan MKT dan penduga-S pada Gambar 4.1 menjelaskan pertambahan proporsi pencilan dalam data:

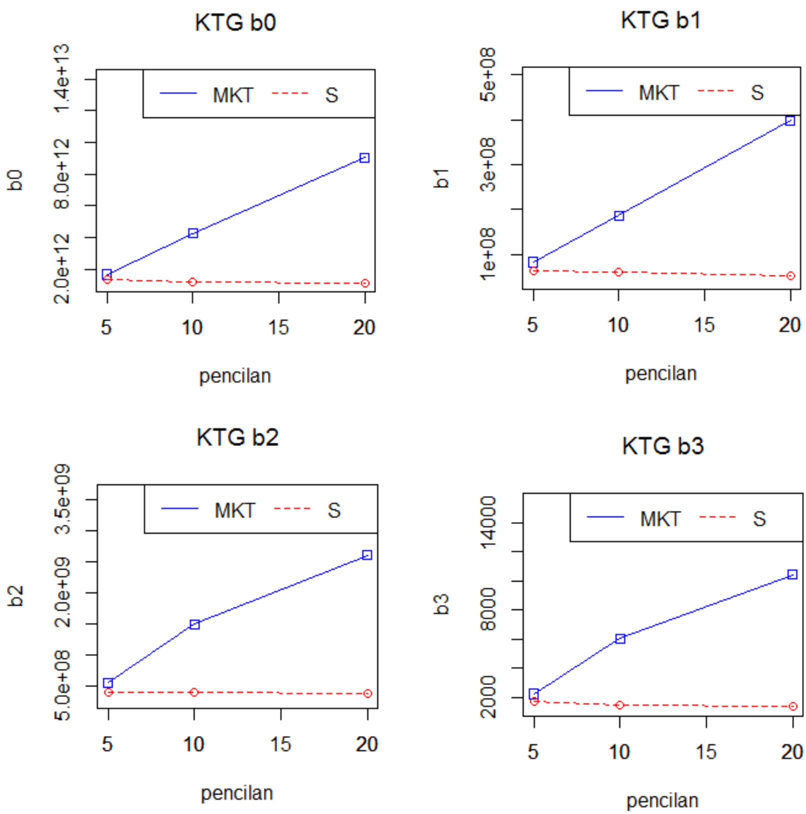
1. Bias penduga parameter menggunakan penduga-S lebih kecil daripada penduga parameter hasil MKT mulai dari proporsi pencilan 5% hingga 20%.
2. Pertambahan proporsi pencilan mempengaruhi sifat penduga parameter menggunakan MKT, karena menghasilkan bias yang meningkat.
3. Penduga parameter hasil metode penduga-S menghasilkan bias yang secara umum menurun seiring pertambahan proporsi pencilan, ini menandakan Penduga-S bersifat kekar (*robust*) dan dapat menangani pencilan sehingga menghasilkan penduga parameter dengan bias yang kecil.

Tabel 4.5. Nilai KTG Penduga Parameter

Proposi Pencilan (%)	Metode	Penduga Parameter			
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
5	Penduga-S	1.376242 e+12	62846810	401630078	1715.708
	MKT	1.687162 e+12	82464419	547921170	2257.800
10	Penduga-S	1.220012 e+12	59532375	387853277	1467.83
	MKT	4.283185 e+12	185961538	1493261624	6060.343

Proposi Pencilan (%)	Metode	Penduga Parameter			
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
20	Penduga-S	1.142255 e+12	51366459	378612382	1426.255
	MKT	9.054373 e+12	398068622	260337624 3	10431.91

Nilai KTG penduga parameter seiring pertambahan proporsi pencilan disajikan dalam bentuk grafik pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2. Grafik KTG penduga parameter MKT dan Penduga-S berbagai proporsi pencilan

Berdasarkan grafik penduga parameter MKT dan Penduga-S pada Gambar 4.2 menjelaskan bahwa seiring pertambahan proporsi pencilan dalam data:

1. Pendugaan parameter menggunakan penduga-S menghasilkan KTG lebih kecil daripada penduga parameter hasil MKT pada proporsi pencilan 5% hingga 20%. Penduga-S menunjukan hasil yang lebih baik daripada MKT pada data yang mengandung pencilan.
2. KTG penduga parameter menggunakan MKT meningkat seiring bertambah proporsi pencilan dari 5% hingga 20%. MKT tidak dapat menangani pencilan pada data, sehingga menghasilkan nilai galat yang besar dan menyebabkan ragam galat semakin membesar jika proporsi pencilan meningkat. Untuk penduga-S menghasilkan nilai KTG menurun pada berbagai proporsi pencilan. Dapat dikatakan penduga-S bersifat kekar (*robust*) sehingga tidak terpengaruh terhadap pencilan, bahkan dapat menurunkan nilai KTG penduga parameter.

Tabel 4.6. Efisiensi Relatif Penduga Parameter

Proporsi Pencilan (%)	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
5	1.22592	1.31215	1.364243	1.315958
10	3.510771	3.123704	3.850068	4.128777
20	7.926753	7.749583	6.876099	7.3142

Pada Tabel 4.5 menunjukkan pada proporsi pencilan 5%, 10% dan 20% bahwa penduga parameter hasil MKT kurang efisien karena ER > 1, sehingga penduga-S lebih baik digunakan daripada MKT untuk pendugaan parameter ketika terdapat pencilan. Penduga parameter dengan metode penduga-S semakin efisien dibandingkan MKT seiring pertambahan pencilan.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Dari hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, didapatkan kesimpulan berikut:

1. Penduga parameter regresi linier berganda dapat diduga menggunakan penduga-S pada data yang mengandung pencilan.
2. Sifat penduga parameter dengan metode penduga-S lebih baik karena bias lebih kecil, KTG semakin menurun dan lebih efisien seiring pertambahan proporsi pencilan dibandingkan penduga parameter hasil MKT. Penduga-S sangat baik digunakan pada data yang memiliki proporsi pencilan besar, dapat dilihat pada efisiensi relatif yang besar daripada proporsi pencilan lain saat dibandingkan dengan MKT.

5.2 Saran

Untuk penelitian lebih lanjut yang melakukan regresi *robust* menggunakan penduga-S disarankan untuk mempertimbangkan ukuran contoh dan melihat dari sifat penduga parameter yang lain. Selain itu, dapat menggunakan metode *robust* lain untuk menangani pengaruh pencilan.

DAFTAR PUSTAKA

Anggriani, N.R.P. 2016. Perbandingan Penduga *Least Median of Squares* (LMS) dan Penduga S sebagai Metode Pendugaan Parameter Regresi *Robust*. Skripsi Universitas Brawijaya. Tidak dipublikasikan.

Chen, C. 2002. *Robust Regression and Outlier Direction with ROBUSTREGProcedure.* *https://support.sas.com/rnd/app/stat/papers/abstracts/robustreg.html*. Diakses tanggal: 6 Maret 2017.

de Fretes, H.L. 2017. Pendugaan Parameter Regresi Linier Berganda dengan Metode REML. Skripsi Universitas Brawijaya. Tidak dipublikasikan.

Draper, N.R. dan Smith, H. 1998. *Applied Regression Analysis*. John Wiley & Sons, Inc. New York.

Gujarati, D.N. 2010. *Dasar-dasar Ekonometrika.* Penerjemah: Eugenia M., Sita W., dan Carlos M. Salemba Empat. Jakarta.

Kutner, M.H., Nachtsheim, C.J. dan Neter, J. 2004. *Applied Linier Regression Models.* McGraw-Hill Companies, Inc. New York.

Lilliefors, H.W. 1967. On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown. *Journal of the American Statistical Association*, 62, hal. 399-402.

Montgomery, D.C., Peck, E.A. dan Vining, G.G. 2012. *Introduction to Linear Regression Analysis*. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey.

Permana, A.T. 2014. Perbandingan Metode *Least Trimmed Square* (LTS) dan Penduga-S sebagai Metode Pendugaan Parameter Regresi *Robust*. Skripsi Universitas Brawijaya. Tidak dipublikasikan.

Rousseeuw, P.J. dan Yohai, V.J. 1984. *Robust Regression by Means of S estimators*. Springer Verlag. Berlin.

Wackerly, D.D., Mendenhall, W. dan Scheaffer, R.L. 2008. *Mathematical Statistics with Applications*. Thomson Learning Inc. Stamford.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Jumlah Uang Beredar, Cadangan Devisa, Inflasi dan Nilai Tukar Rupiah di Indonesia periode Januari 2014 – Juli 2016

No	Periode		X_1	X_2	X_3	Y
1	Januari	2014	100.651	8.22	12179.65	3652349.28
2	Februari		102.741	7.75	11935.1	3635060.38
3	Maret		102.592	7.32	11427.05	3652530.55
4	April		105.563	7.25	11435.75	3721882.38
5	Mei		107.048	7.32	11525.94	3780955.28
6	Juni		107.678	6.7	11892.62	3857961.77
7	Juli		110.542	4.53	11689.06	3887407.48
8	Agustus		111.224	3.99	11706.67	3886519.97
9	September		111.164	4.53	11890.77	4010146.66
10	Oktober		111.973	4.83	12144.87	4024488.87
11	November		111.144	6.23	12158.3	4076669.88
12	Desember		111.862	8.36	12438.29	4173326.5
13	Januari	2015	114.25	6.96	12579.1	4174825.91
14	Februari		115.527	6.29	12749.84	4218122.76
15	Maret		111.554	6.38	13066.82	4246361.19
16	April		110.867	6.79	12947.76	4275711.11
17	Mei		110.771	7.15	13140.53	4288369.26
18	Juni		108.03	7.26	13313.24	4358801.51
19	Juli		107.553	7.26	13374.79	4373208.1
20	Agustus		105.346	7.18	13781.75	4404085.03
21	September		101.72	6.83	14396.1	4508603.17
22	Oktober		100.712	6.25	13795.86	4443078.08
23	November		100.24	4.89	13672.57	4452324.65
24	Desember		105.931	3.35	13854.6	4546743.03

Lampiran 1. (Lanjutan)

No	Periode		X_1	X_2	X_3	Y
25	Januari	2016	102.134	4.14	13889.05	4498361.28
26	Februari		104.544	4.42	13515.7	4521951.2
27	Maret		107.543	4.45	13193.14	4561872.52
28	April		107.711	3.6	13179.86	4581877.87
29	Mei		103.591	3.33	13419.65	4614061.82
30	Juni		109.789	3.45	13355.05	4737451.23
31	Juli		111.409	3.21	13118.82	4728629.2

X_1 = Jumlah cadangan devisa di Indonesia (juta USD)
X_2 = Persentase inflasi di Indonesia (%)
X_3 = Nilai tukar (juta rupiah/USD)
Y = Jumlah uang beredar di Indonesia (milyar rupiah)

Lampiran 2. Hasil Analisis Regresi Linier Berganda

1. Penduga model regresi :

$$\hat{Y}_i = -1649990.8 + 17695.3X_{i1} - 62688.2X_{i2} + 338.6X_{i3}$$

2. Pengujian Asumsi Regresi Linier Berganda

a. Non Multikolinieritas

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.	Collinearity Statistics Tolerance	Collinearity Statistics VIF
1	(Constant)	-1649990.857	663295.713		-2.488	.019		
	X1	17695.319	4441.923	.226	3.984	.000	.885	1.130
	X2	-62688.242	11570.907	-.306	-5.418	.000	.893	1.120
	X3	338.625	23.264	.858	14.555	.000	.819	1.221

a. Dependent Variable: Y

Karena nilai VIF < 10, maka tidak terdapat multikolinieritas antar tiga peubah prediktor.

b. Kenormalan Galat

Asumsi kenormalan galat diuji dengan *Lilliefors* berlandaskan hipotesis:

$H_0 : \varepsilon \sim NIID(0, \sigma^2)$

$H_1 : \varepsilon \nsim NIID(0, \sigma^2)$

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Standardized Residual
N		31
Normal Parameters[a,b]	Mean	.0000000
	Std. Deviation	.94868330
Most Extreme Differences	Absolute	.150
	Positive	.150
	Negative	-.086
Test Statistic		.150
Asymp. Sig. (2-tailed)		.072[c]

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

c. Lilliefors Significance Correction.

Karena statistik D (0.150) < $D_{0.05,31}$ (0.159), maka disimpulkan galat menyebar normal.

c. Non Autokorelasi

Pengujian dilakukan dengan uji Durbin Watson berlandaskan hipotesis:

$H_0 : \rho_{i,i'} = 0$

$H_1 : \rho_{i,i'} \neq 0$

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.961[a]	.923	.915	97801.23742	.914

a. Predictors: (Constant), X3, X2, X1

b. Dependent Variable: Y

Pada output didapatkan statistik Durbin Watson (*d*) bernilai 0.914. Diketahui nilai d_L = 1.229, d_U = 1.650 dan 4-*d* = 3.086. Karena nilai 4-*d* > d_U sehingga H_0 diterima, asumsi non autokorelasi terpenuhi.

d. Kehomogenan Ragam Galat

Asumsi kehomogenan ragam sisaan diuji dengan Breusch-Pagan berlandaskan hipotesis:

$H_0 : V(\varepsilon_i) = \sigma^2$

$H_1 : V(\varepsilon_i) \neq \sigma^2$

```
------- Breusch-Pagan and Koenker test statistics and sig-values --------
                 LM          Sig
BP            3.185         .364
Koenker       6.999         .072
```

Didapatkan nilai peluang statistik uji LM (0.364) > 0.05 sehingga H_0 diterima, asumsi kehomogenan ragam galat terpenuhi.

Lampiran 2. (Lanjutan)

3. Pengujian Parameter Regresi

a. Uji secara simultan

Pengujian terhadap koefisien regresi dilakukan secara simultan berlandaskan hipotesis:

H_0 : $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$

H_1 : paling tidak terdapat satu $\beta \neq 0$

ANOVA[a]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	3.106E+12	3	1.035E+12	108.238	.000[b]
	Residual	2.583E+11	27	9565082041		
	Total	3.364E+12	30			

a. Dependent Variable: Y

b. Predictors: (Constant), X3, X2, X1

Nilai peluang statistik uji F < 0.001 sehingga H_0 ditolak, Jumlah uang bereda dapat diramal dengan kenaikan cadangan devisa, inflasi dan nilai tukar secara bersama.

b. Uji secara parsial

Pengujian secara parsial dilakukan terhadap setiap parameter berlandaskan hipotesis:

H_{01} : $\beta_1 = 0$

H_{11} : $\beta_1 \neq 0$

H_{02} : $\beta_2 = 0$

H_{12} : $\beta_2 \neq 0$

H_{03} : $\beta_3 = 0$

H_{13} : $\beta_3 \neq 0$

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	-1649990.857	663295.713		-2.488	.019		
	X1	17695.319	4441.923	.226	3.984	.000	.885	1.130
	X2	-62688.242	11570.907	-.306	-5.418	.000	.893	1.120
	X3	338.625	23.264	.858	14.555	.000	.819	1.221

a. Dependent Variable: Y

Lampiran 2. (Lanjutan)

Pada peubah X_1 menunjukkan bahwa nilai peluang statistik uji $t < 0.001$, maka cadangan devisa mempengaruhi jumlah uang bereda jika presentasi inflasi dan nilai tukar bernilai konstan. Begitu pula pada peubah X_2 dan X_3, nilai peluang statistik uji $t < 0.001$, sehingga peubah inflasi dan nilai tukar berpengaruh secara parsial terhadap jumlah uang beredar.

Lampiran 3. Syntax Pendugaan Parameter Regresi Linier Berganda Pada Data Yang Mengandung Pencilan

```
#untuk pencilan 5% (5%, 10% dan 20%)
simulasi=NULL
L=500
for(i in 1:L){
  #Input data
  data=read.table("E:datahanna.txt", header=TRUE)
  X=cbind(data[,1],data[,2],data[,3])
  Y=data[,4]
  n=length(Y)
  X0=rep(1,n)
  x=cbind(X0,X)

  #Inisialisasi awal
  b0=-1649991
  b1=17695
  b2=-62688
  b3=338.6

  #Membangkitkan galat
  galat=rnorm(n,0,97801.237)
  galatp=rnorm(n,0,978012.374)

  #Memunculkan kasus pencilan pada galat
  np=floor(0.05*n)     #(5%, 10% dan 20%)
  ip=sample(n,np)
  for(i in ip){
    galat[i]=galatp[i]
  }
  galat1=galat

  #menghitung peubah respon dengan pencilan
  y=b0+b1*X[,1]+b2*X[,2]+b3*X[,3]+galat1

  #Pendugaan parameter dengan metode S
  S=robustbase::lmrob.S(x,y,control=
robustbase::lmrob.control(seed=NULL,refine.tol=1e-5,max.it=500))

  #Pendugaan parameter regresi dengan MKT
  data1=data.frame(y,X)
  b=lm(y~X[,1]+X[,2]+X[,3],data=data1)
```

Lampiran 3. (Lanjutan)

```
  #Menyimpan hasil pendugaan parameter
  betarobust=S$coefficients
  betamkt=b$coefficients

  #Ringkasan hasil pendugaan parameter
  value=c(betarobust,betamkt)

  simulasi=rbind(simulasi,as.vector(value))
}

akhir=as.data.frame(simulasi)
names(akhir)=c("b0r","b1r","b2r","b3r","b0mkt","b1mkt","b2mkt","b3mkt
")

#menyimpan hasil simulasi
save=write.table(akhir,file="E:hasil1%.csv",sep=",")

#rata-rata penduga
ratabeta=data.frame(mean(akhir[,1]),mean(akhir[,2]),mean(akhir[,3]),mea
n(akhir[,4]),mean(akhir[,5]),mean(akhir[,6]),mean(akhir[,7]),mean(akhir[,
8]))
names(ratabeta)=c("meanb0r","meanb1r","meanb2r","meanb3r","meanb0
mkt","meanb1mkt","meanb2mkt","meanb3mkt")


#bias penduga
bias=data.frame(abs(ratabeta[,1]-b0),abs(ratabeta[,2]-b1),abs(ratabeta[,3]-
b2),abs(ratabeta[,4]-b3),abs(ratabeta[,5]-b0),abs(ratabeta[,6]-
b1),abs(ratabeta[,7]-b2),abs(ratabeta[,8]-b3))
names(bias)=c("biasb0r","biasb1r","biasb2r","biasb3r","biasb0mkt","biasb
1mkt","biasb2mkt","biasb3mkt")

#ragam penduga
vb0r=(sum((akhir[,1]-b0)^2))/(length(akhir[,1])-1)
vb1r=(sum((akhir[,2]-b1)^2))/(length(akhir[,2])-1)
vb2r=(sum((akhir[,3]-b2)^2))/(length(akhir[,3])-1)
vb3r=(sum((akhir[,4]-b3)^2))/(length(akhir[,4])-1)
vb0mkt=(sum((akhir[,5]-b0)^2))/(length(akhir[,5])-1)
vb1mkt=(sum((akhir[,6]-b1)^2))/(length(akhir[,6])-1)
vb2mkt=(sum((akhir[,7]-b2)^2))/(length(akhir[,7])-1)
vb3mkt=(sum((akhir[,8]-b3)^2))/(length(akhir[,8])-1)
ragam=data.frame(vb0r,vb1r,vb2r,vb3r,vb0mkt,vb1mkt,vb2mkt,vb3mkt)
```

Lampiran 3. (Lanjutan)

```
#MSE
mse=data.frame((ragam+(bias)^2))
names(mse)=c("KTGb0r","KTGb1r","KTGb2r","KTGb3r","KTGb0mkt",
"KTGb1mkt","KTGb2mkt","KTGb3mkt")

#efisiensi relatif
ERb0=mse[,5]/mse[,1]
ERb1=mse[,6]/mse[,2]
ERb2=mse[,7]/mse[,3]
ERb3=mse[,8]/mse[,4]
er=data.frame(ERb0,ERb1,ERb2,ERb3)
```

Lampiran 4. Pendeteksian Pencilan Pada Data Bangkitan

1. Pencilan 5%

No	Studentized	No	Studentized
1	-0.572781826	17	0.037105488
2	-0.176872912	18	0.370229733
3	-0.84617539	19	0.087345187
4	0.638939989	20	-0.21180013
5	0.491274805	21	0.108748419
6	-0.124867703	22	-0.628843422
7	0.234744887	23	0.145099357
8	-0.710595079	24	-1.510459543
9	-0.386462641	25	-0.584785657
10	0.195967094	26	-0.686607665
11	-0.055995258	27	-0.142617603
12	0.194936939	28	0.005660315
13	0.798444336	29	10.41432546
14	0.008244569	30	-0.739026162
15	0.958554376	31	-0.969374286
16	-0.617490026		

Pada data dengan proporsi pencilan 5% terdeteksi nilai $|t_{29}|$ (10.41432546) > $t_{\frac{\alpha}{2},28}$ (2.05), data ke- 29 mengandung pencilan.

Lampiran 4. (Lanjutan)

2. Pencilan 10%

No	Studentized	No	Studentized
1	-0.35848078	17	0.31821159
2	0.03942150	18	-0.26664827
3	0.63626442	19	0.16065422
4	-0.35681043	20	-0.35971071
5	-1.07462057	21	0.09782814
6	3.14726656	22	1.75736541
7	-0.71683394	23	0.35750070
8	-0.43759262	24	0.35502288
9	-0.03338290	25	-4.24984880
10	-0.89096904	26	0.01077945
11	0.25510518	27	-0.08701306
12	-0.40583650	28	-0.13609367
13	-0.05362736	29	0.38377966
14	-0.02739171	30	0.24917545
15	0.22200928	31	2.08957376
16	-0.99000064		

Pada proporsi pencilan 10% terdeteksi 3 data yang mengandung pencilan, yaitu data ke- 6, 25 dan 31, karena memiliki nilai $|t_i| > t_{\frac{\alpha}{2},28}$ (2.05).

Lampiran 4. (Lanjutan)

3. Pencilan 20%

No	Studentized	No	Studentized
1	-2.14207352	17	-0.57440656
2	2.56429102	18	-0.38711321
3	0.14599652	19	-0.57103631
4	-0.02010795	20	6.26563793
5	0.07771138	21	-0.30731326
6	-0.30237648	22	0.16167516
7	0.24940483	23	-2.07695634
8	0.25886122	24	0.09079159
9	0.04028394	25	-0.77156086
10	0.1744003	26	-0.0802633
11	-0.21822872	27	0.01212948
12	-0.56105099	28	0.22123539
13	-0.18684618	29	0.40923861
14	-0.4600133	30	0.26858286
15	-0.07278918	31	0.04101787
16	-0.31808263		

Terdapat 4 data pada proporsi pencilan 10% yang mengandung pencilan, yaitu data ke- 1, 2, 20 dan 23, karena memiliki nilai $|t_i| > t_{\frac{\alpha}{2},28}$ (2.05).

Lampiran 5. Hasil Simulasi Pendugaan Parameter

1. Pencilan 5%

No.	Penduga-S				MKT			
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
1	-2769075	26489.63	-53386.2	350.9683	-2078704	24751.58	-70164.7	316.4879
2	-913901	16802.89	-38280.8	280.8139	-2072596	20758.88	-31842.4	334.5716
3	-2225707	20714.99	-38009.2	344.4008	-2571131	28402.33	-26676.2	299.3639
4	-1993232	16318.49	-54495.1	373.2287	-1984658	20137.14	-55661	341.2804
5	-768595	14064.77	-34362.5	290.6281	-2684158	21531.36	-9820.79	361.9093
6	-2062191	21215.18	-74821.1	343.553	966205	-426.204	-35570.3	277.7991
7	-2178474	21455.52	-53518.4	344.9055	-3539958	28404.57	-7996.99	373.5288
8	-2089283	21418.2	-23919.6	322.2179	-1991990	18573.66	-48912.4	349.3005
9	384520	4688.176	-87372.5	297.2161	-512586	4869.689	-74645.7	363.1098
10	-849384	3484.337	-45138.6	384.4873	-2037464	16499.51	-48568.6	370.8029
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
496	-4716302	36669.44	-55737.8	413.1736	-2650238	19588.6	-21196.5	379.3652
497	-864133	20423.82	-64654.8	254.1745	-76053	11739.39	-88776.1	273.6844
498	-1775673	18644.12	-59405.3	340.4021	43062.75	21089.27	-114385	205.6361
499	-1531791	17123.01	-79668.9	341.4336	-1169709	12184.59	-62665.6	347.3789
500	-3344442	25616.53	-71163.1	409.9849	-814841	7054.579	-68007.4	363.1391

Lampiran 5. (Lanjutan)

2. Pencilan 10%

No.	Penduga-S				MKT			
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
1	-2217377	18526.27	-64218	377.1021	-5303470	34314.46	-23681.8	473.8328
2	-2974194	29212.63	-50951.2	338.8432	-4071518	38243.54	-61837.3	357.5762
3	-1699373	19036.27	-63057.2	332.1527	-2723226	22210.76	-40694.7	375.7866
4	-1880349	12618.59	-79088.5	403.7816	-4855744	38719.58	-34330.1	400.9911
5	330922.1	6934.728	-82755.3	284.6715	-2955011	10468.01	-15945.5	472.4283
6	-2610910	25348.27	-80668.9	352.2353	-6513878	46132.03	-5098.37	459.5701
7	-2289263	16876.73	-39973.3	388.2367	-1999595	23440.98	-102949	339.0275
8	-1520656	22910	-42646.6	275.8934	-1746317	22233.1	-52633.4	308.0435
9	558412.1	3256.365	-100243	306.4106	-112071	34592.1	-118061	93.08529
10	-1737766	15754.87	-59685.5	358.5747	-2046116	-2803.53	4708.829	499.9662
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
496	-1971501	16496.63	-37849.8	359.5385	-523177	13005.13	-38094.2	278.1143
497	-2305643	19460.92	-49774.3	370.2045	-400465	17281.55	-90733.6	258.2692
498	-1624616	15157.29	-51353.6	352.1351	-3658115	36774.11	-44364.2	332.8345
499	-4616800	36071.57	-10444.1	401.5649	-5514654	47573.78	-22922.2	379.9035
500	-1659282	16587.55	-51026.1	341.6849	1380632	23466.43	-148796	94.50519

Lampiran 5. (Lanjutan)

3. Pencilan 20%

No.	Penduga-S				MKT			
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
1	-2483186	17663.53	-46833.7	394.0262	888821.8	1860.58	-46618.7	265.6802
2	-559813	9967.13	-76276.9	324.9799	4743216	-35335.5	-41456.9	283.479
3	-1597587	22529.38	-86029.3	304.3519	-185891	7832.75	-36779.4	297.4255
4	-1575283	16362.93	-48084.3	335.5054	-1.1E+07	70215.52	-25097.1	609.0707
5	-1236797	11745.02	-60299.6	353.6427	-723927	-89.0249	-42409.2	407.8267
6	-1297821	22512.4	-85303.6	279.9417	-2614510	23476.43	-98314.5	381.6339
7	-1828169	17807.71	-63081.4	351.1573	792200.8	11754.09	-103418	212.4329
8	-1702155	20039.85	-74964.2	329.3872	-827134	22549.8	-111534	260.4044
9	-90087.8	12077.84	-79392	270.0039	-1019878	27154.98	-45925.1	198.4022
10	-1479929	16835.84	-37135.9	322.6274	-6251897	36099.32	-11533.7	509.4068
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
496	-1306609	17468.7	-54533.5	307.9948	-3380905	35423.02	-114648	346.0221
497	-2325297	18758.91	-64767.9	383.1078	-701826	17251.18	-165347	314.2099
498	-3002890	25613.46	-60742.3	377.589	-3402492	32303.99	-137743	392.1836
499	-2330527	20180.88	-46909.2	363.0819	-3198879	24153.98	-40698.3	400.3402
500	-1583611	18003.92	-56332.7	326.6331	-5532843	27985.86	27715.63	510.6921